



Stockholms
universitet

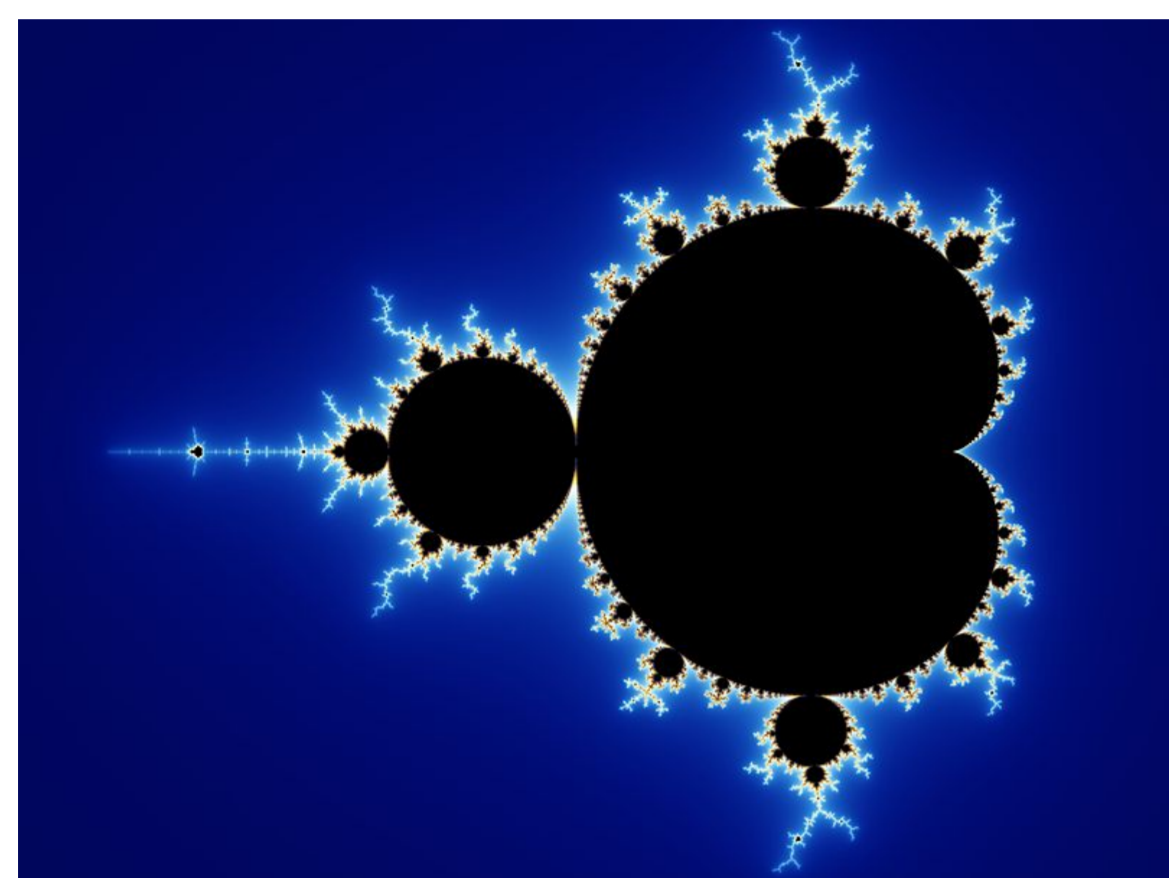
Stockholms Matematiska Cirkel

www.math.kth.se/cirkel



Ämne 2015/16: Fraktaler

Om du någon gång tittat väldigt noga på strukturen hos en snöflinga så kanske du har sett att den består av massor av små kristaller. Alla dessa kristaller ser i sin tur också ut som snöflingor, och dessa består av ännu mindre kristaller. Snöflingan är därför ett exempel på något som vi kallar för en *fraktal*.



Bilden till vänster är kanske ett av de kändaste matematiska exemplen på en fraktal. Den kallas för Mandelbrotmängden efter matematikern Benoit Mandelbrot. Under läsåret 2015/2016 kommer KTH och Stockholms universitet hålla en gymnasiekurs där vi kommer studera olika

fraktaler med hjälp av matematik. Vi kommer se exempel på tvådimensionella figurer som har area lika med noll, och kurvor som är kontinuerliga men som inte har någon välbestämd riktning i någon punkt! Ni kan se några exempel nedan.

Matematiken som vi kommer lära ut kommer dessutom vara en väldigt bra introduktion till den matematik man lär sig på första året på högskolan!

Sierpinski triangeln

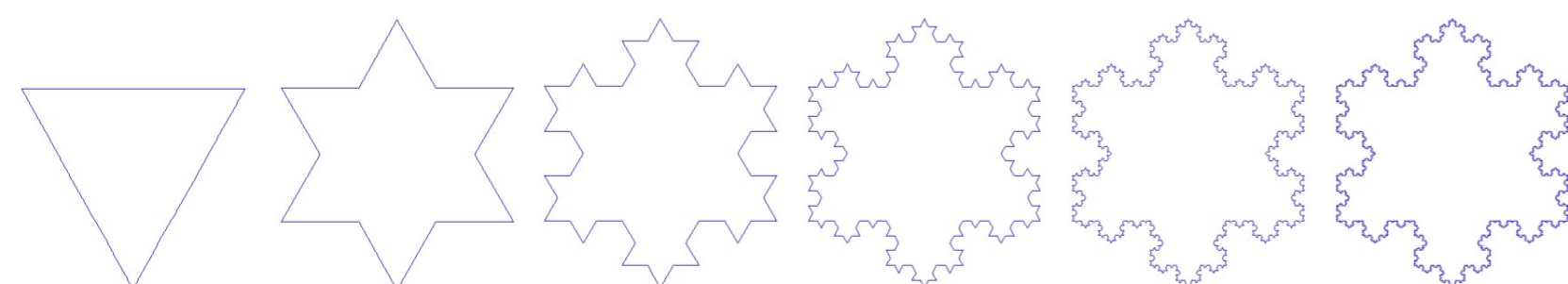
Tag en liksidig triangel, och ta bort bort en liksidig triangel från dess "mitt". Du har då kvar tre stycken mindre liksidiga trianglar som är staplade ovanpå varandra. Om du tar bort mitten av dessa tre trianglar så kommer du ha kvar nio stycken mindre trianglar. Fortsätter vi så får vi följande sekvens:



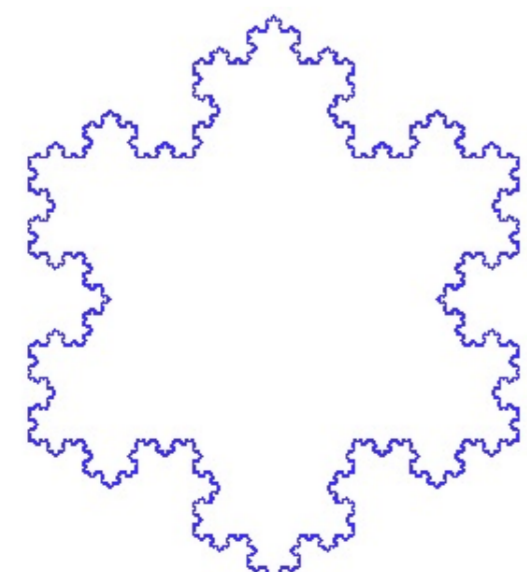
Resultatet av denna procedur kallas för Sierpinski triangeln. Den är en sammanhängande tvådimensionell figur som har area lika med noll.

Kochkurvan

En känd fraktal är den figur man får genom att starta med en liksidig triangel, och sedan lägga på nya liksidiga trianglar på varje sida (med längd en tredjedel av sidlängden man började med). Om man fortsätter så får man följande sekvens.



Resultatet efter att ha upprepat denna procedur oändligt många gånger kallas för Kochkurvan och ser ut ungefär så här:



På grund av sin likhet med snöflingor kallas den ibland även för Kochsnöflingan. Det är en kontinuerlig kurva som inte är deriverbar någonstans!

Matematiska Cirkeln

Stockholms Matematiska Cirkel (tidigare KTH:s Matematiska Cirkel) är en årlig föreläsningsserie för gymnasieelever. Med den får du möjligheten att se en annan sida av matematikämnet än den man vanligen får se i skolan. Detta är din chans att få uppleva tjusningen med rigorös, abstrakt matematik på ett lättillgängligt sätt! Vill du vara med?

Varje år väljer vi ett nytt ämne, och nu har turen alltså kommit till fraktaler. Kursmaterialet är ett kompendium som vi skriver. Detta kommer kunna laddas ner från vår hemsida, och tryckta exemplar delas ut på föreläsningarna.

En torsdag i månaden är det föreläsning med Cirkeln, där vi går igenom ett kapitel i kompendiet. Efter varje föreläsning har vi en gästföreläsning, där en forskare i matematik kort berättar om något intressant ämne. Senaste året har vi bland annat fått höra om kvantmekanik, hur Googles sökalgoritm fungerar samt matematiken bakom mp3-kompression.

Sveriges kust



Hur lång är Sveriges östkust? Det känns som en fråga med ett enkelt svar, men om man tänker efter så kanske man inser att det beror väldigt mycket på hur noga man mäter. Om man tittar i en kartbok där Sverige bara är några centimeter hög så kan man såklart inte vara särskilt noggrann, och ens mätning av kursen skulle bli en grov approximation. Skulle man istället ha en karta där Sverige är 1 meter hög så skulle man se många fler detaljer så som utstickande uddar och olika vattendrag. Man skulle dock fortfarande missa mindre ojämnheter som inte syns på kartan och därför skulle man missa små detaljer som skulle öka längden. Om man skulle ta sig besväret att faktiskt gå längs kusten med en linjal så skulle man kunna vara ännu mer noggrann, och få att kusten

blir ännu längre. Man skulle dock missa att mäta runt alla småstenar eller runt alla sandkorn på stränderna. Vi ser att ju exaktare mätningen är, desto längre blir sträckan. Man kan till och med få att kusten blir godtyckligt lång, det enda som krävs är att man mäter tillräckligt noggrant. Matematiskt förklarar vi detta med att Sveriges kust har en *fraktal dimension* som är större än 1.

Senaste årens ämnen

- ▶ 2014/2015 *Polytooper*
- ▶ 2013/2014 *Grupper, mönster och symmetrier*
- ▶ 2012/2013 *Den matematiska analysens grunder*
- ▶ 2011/2012 *Diofantiska ekvationer*
- ▶ 2010/2011 *Polynom*

När? Var? Hur?

På många gymnasieskolor kan man läsa Cirkeln som tillvalskurs i matematik. Om du vill att din skola ska börja med Cirkeln, prata med din lärare eller med oss. Cirkeln kan läsas som antingen 50- eller 100-poängskurs. Ingen föranmälan krävs. Det är bara att dyka upp vid första föreläsningstillfället. Datum kommer att finnas på vår hemsida:

www.math.kth.se/cirkel

Har du några frågor? **Kontakta oss!**

cirkel@math.kth.se