

# Examination av, och betygskriterier för, kursen **MJ1112 Tillämpad termodynamik**

Av Hans Havtun, [hans.havtun@energy.kth.se](mailto:hans.havtun@energy.kth.se)

## Lärandemål

Efter kursen skall studenten kunna

1. formulera, modellera och lösa problem för tekniska system och apparater med olika typer av energiutbyte och energiomvandling.
2. tillämpa systemsynsättet som metod för att identifiera delsystem och komponenter i tekniska system.
3. presentera skriftliga lösningar till problem inom termodynamiken som är stringenta och begripliga.

## Kursfordringar

En skriftlig tentamen (TEN1, 7,5 hp, Betyg A-F), godkända hemuppgifter, (ÖVN1, 1,5 hp, Betyg P/F).

## Examination av kursfordringar och lärandemål

### Kontrollskrivningar

Under kursen ges fyra kontrollskrivningar (KS). Kontrollskrivningarna är frivilliga men examinerar indirekt kursens samtliga lärandemål. Varje KS består av 3 räkneuppgifter á 3 poäng. Poäng utdelas i steg om 1 poäng. Krav för godkänt på respektive KS är 5 poäng. Godkänt resultat på en KS tillgodoräknas på tentamen.

### Tentamen (TEN1)

Tentamen examinerar kursens samtliga lärandemål och består av en godkänd-del (A-del) med 10 grundläggande uppgifter á 1 p som täcker alla kursens delområden (se bilaga 1), och en problemdel (B-del) med 5 mer omfattande och/eller avancerade uppgifter á 3 p. Poäng utdelas i steg om 1 poäng på både A- och B-delen.

På tentamen kan upp till 2 bonuspoäng erhållas beroende på förmåga att presentera stringenta och begripliga skriftliga lösningar motsvarande lärandemål 3. Maximal poängsumma på tentamen är 27 poäng.

För godkänt på tentamen krävs minst 6 poäng på godkänd-delen (A-delen). KS 1 tillgodoräknas på tentamen som godkänt på uppgifterna 1-2 på godkänd-delen (A-delen), KS 2, 3 och 4 tillgodoräknas på motsvarande sätt som godkänt på uppgifterna 3-4, 5-6 och 7-8 på godkänd-delen (A-delen). Tillgodoräknade uppgifter skall därför inte lösas på tentamen.

### Hemuppgifter (ÖVN1)

Under kursen skall sex hemuppgifter lösas, lämnas in och bli godkända. Hemuppgifterna examinerar kursens två första lärandemål, ges betyget underkänt/godkänt (P/F) och räknas inte in i kursens slutbetyg.

Syftet med hemuppgifterna är att ge träning i lösning av mer omfattande och/eller mer komplicerade problem, ofta med hjälp av datorstöd. Hemuppgifterna kan vara svårare än de uppgifter som finns på tentamens B-del. Uppgifterna lämnas ut i takt med att de delområden de handlar om behandlas i kursen. Inlämning av hemuppgifterna görs via Canvas där de rättas automatiskt. Krav för att få slutbetyg i kursen är att samtliga hemuppgifter är godkända.

## Betygskriterier

Lärandemål 1 och 2 examineras vid de obligatoriska momenten TEN1 och ÖVN1 och dessutom indirekt vid de frivilliga kontrollskrivningarna. Lärandemål 3 examineras endast i det obligatoriska momentet TEN1 och indirekt vid kontrollskrivningarna. Vidare examineras lärandemål 3 endast på E-nivå explicit. Erhållande av bonuspoäng från lärandemål 3 kan dock medverka till ett högre betyg på tentamen och därmed på kursen.

Alla typer av examinationsuppgifter i kursen inbegriper någon form av modellering där uppgiftstexten behöver omskrivas som ett matematiskt problem som därefter ska lösas. Uppgifterna på tentamens B-del kan vara större i omfattning och innehålla ett flertal avläsningar i tabeller och diagram. De kan också vara mer matematiskt krävande och/eller kräva mer ingenjörsfärdigheter än uppgifterna på A-delen och inbegripa t.ex. större mängd algebra, iterativa lösningsmetoder, max/min-problem mm. På tentamens B-del ska, i de allra flesta fall, minst två av kursens delområden (se bilaga 1) kombineras för att finna lösningen.

Tabell 1: Relationen mellan lärandemål och examinationsmoment

Lärandemål	Kontrollskrivningar (ej obligatoriska)	Tentamen (TEN1)	Hemuppgifter (ÖVN1)	Betyg				
				E	D	C	B	A
1	(x)	x	x	x	x	x	x	x
2	(x)	x	x	x	x	x	x	x
3	(x)	x		x	(x)	(x)	(x)	(x)

För att bli godkänd i kursen (betyg E) behöver studenten visa att kursens lärandemål uppfylls på grundläggande nivå inom en viss del av kursens delområden (se bilaga 1). För högre betyg behöver studenten visa antingen större bredd på grundläggande nivå och/eller större djup i sina kunskaper och färdigheter. Jag exemplifierar detta genom att i tabell 2 nedan visa på hur bredd/djup i kunskap kan se ut för betyget B.

Tabell 2: Exempel på poängfördelning för betyg B.

Tentamen (A-del) (godkänd-nivå)	
Tentamen (B-del)	
Bonus för stingenta lösningar	
Poängsumma: 15 p	
Betyg: B	

I tabell 3 nedan visas betygskriterierna för betygen E, C och A.

Tabell 3: Betygskriterier för betygen E – A.

**För lärandemål 1 och 2** (som alltid examineras tillsammans på kontrollskrivningar och tentamen)

För betyg:	Efter kursen skall studenten kunna: 1. formulera, modellera och lösa problem för tekniska system och apparater med olika typer av energiutbyte och energiomvandling 2. tillämpa systemsynsättet som metod för att identifiera delsystem och komponenter i tekniska system
E:	genom att formulera, modellera och lösa grundläggande problem inom sex av kursens delområden (se bilaga 1) på tentamens godkänt-del (A-del) <i>och</i> få godkänt på samtliga hemuppgifter.
D:	genom kraven för E <i>och</i> visa större bredd på grundläggande nivå <i>eller</i> större djup på avancerad nivå inom vissa delar av kursen genom att formulera, modellera och lösa avancerade problem på tentamens B-del.
C-A:	genom kraven för D <i>och</i> visa större djup på avancerad nivå inom flera delar av kursen genom att formulera, modellera och lösa avancerade problem på tentamens B-del.

**För lärandemål 3:**

För betyg:	Efter kursen skall studenten kunna 3. presentera skriftliga lösningar till problem inom termodynamiken som är stringenta och begripliga
E:	genom att skriva tillräckligt stringenta och begripliga lösningar till problem vid kontrollskrivningar och tentamen i kursen.

Om lärandemål 3 inte är uppfyllt vid bedömning av en lösning till en uppgift vid kontrollskrivningar och tentamen går lösningen inte att bedöma. Uppgiften bedöms då som underkänd och tilldelas noll poäng.

För den som vid *tentamen uppnått lägst betyg D* och visar att den uppfyller lärandemål 3 *väl* eller *mycket väl* utdelas bonuspoäng som adderas till poängsumman. För *väl* utförda stringenta och begripliga lösningar till problem tilldelas 1 bonuspoäng, och för *mycket väl* utförda stringenta och begripliga lösningar till problem tilldelas 2 bonuspoäng. Bonuspoängen baseras på en *helhetsbedömning* som görs *vid rättning av tentamen*. Exempel på hur denna bedömning görs framgår av bilaga 2.

**Betygsgränser för tentamen (TEN1) och slutbetyg i kursen (= samma som tentamensbetyget)**

- A: minst 19 poäng på tentamen, varav minst 6 poäng på tentamens godkänt-del (A-del).
- B: minst 15 poäng på tentamen, varav minst 6 poäng på tentamens godkänt-del (A-del).
- C: minst 11 poäng på tentamen, varav minst 6 poäng på tentamens godkänt-del (A-del).
- D: minst 8 poäng på tentamen, varav minst 6 poäng på tentamens godkänt-del (A-del).
- E: minst 6 poäng på tentamen, varav minst 6 poäng på tentamens godkänt-del (A-del).
- FX: 5 poäng på tentamens godkänt-del (A-del) – möjlighet till komplettering till betyg E.
- F: färre än 5 poäng på tentamens godkänt-del (A-del).

# Bilaga 1

## Kursens delområden, översiktlig beskrivning av kursinnehållet

1. Energiformer. Termodynamiska grundbegrepp, tillståndstorheter. Nollte huvudsatsen. Tillämpningar av första huvudsatsen på slutna och öppna system, energi-kvationen. Avsnitt 1.01-2.60<sup>1</sup>.
2. Ideala gasers och ideala gasblandningars egenskaper, orientering om kinetisk gasteori, förbränningslära och stökiometri. Avsnitt 3.01-3.66.
3. Idealiserade tillståndsändringar såsom isothermiska, isobariska, isochoriska och isentropiska förlopp, samt den generaliserade *polytropiska* tillståndsändringen. Processer i kompressorer och turbiner. Verkningsgrader. Carnotcykeln, andra och tredje huvudsatsen, begreppen entropi och exergi. Avsnitt 4.01-5.63.
4. Arbetsavgivande och arbetskrävande kretsprocesser med gasformiga medier såsom t.ex. Otto-, Diesel-, Joule/Brayton-, Ericsson-, och Stirlingcykeln. Avsnitt 6.01-6.57.
5. Verkliga mediernas egenskaper, deras representation i tillståndsdigram, allmänna tillståndslagar. Avsnitt 7.01-7.42, 7.63-65, 7.79-90
6. Ångkraftprocessen, begreppen flerstegsexpansion, mellanöverhettning och matarvattenfövärmning. Avsnitt 8.01-8.24.
7. Kompressordriven förångningskylprocess, värmepumpar, begreppen underkylning och överhettning. Avsnitt 9.01-9.24
8. Grundläggande samband för inkompressibel och kompressibel strömning i kanaler och munstycken för såväl reversibla fall som för strömning med förluster. Avsnitt 10.01-10.91.
9. Grundbegrepp, allmänna lagar och beräkningsmetoder för värmeöverföring och för värmeväxlare. Avsnitt 11.01-11.100.
10. Fuktig lufts egenskaper, dess tillståndsdigram och tillämpningar. Avsnitt 12.01-12.51.

---

<sup>1</sup>Avsnitten refererar till läroboken *Tillämpad termodynamik* av I. Ekroth och E. Granryd, Studentlitteratur, Lund, 2006, ISBN 978-91-44-0398-0.

## Bilaga 2

### Stringens och begriplighet i skriftliga lösningar

#### Kursens lärandemål 3:

Efter kursen skall studenten kunna *presentera stringenta och begripliga lösningar till problem inom termodynamiken.*

#### Från kursPM:

##### ***Tentamen***

*Tentamen består av en A-del med 10 mindre räkneuppgifter á 1 poäng, samt en B-del med 5 räkneuppgifter á 3 poäng där mer omfattande och/eller svårare problem skall lösas. På tentamen kommer du också kunna få upp till 2 bonuspoäng för din förmåga att presentera stringenta och begripliga skriftliga lösningar. Dessa bonuspoäng utdelas baserat på en helhetsbedömning av dina lösningar på tentamen. Bonuspoängen tillgodoräknas på B-delen.*

Till att börja med så är det *inte* handstilen som bedöms. Däremot måste det du skriver vara läsligt och som du vet spelar t.ex. stora och små bokstäver en stor roll i denna kurs. Om jag inte kan skilja på en stor och en liten bokstav, så är inte lösningen stringent/begriplig.

Jag kommer att använda uppgifterna 1 och 2 från KS4 VT2016 som exempel på vad jag kommer att bedöma.

På sidorna 3 och 6 i detta dokument visar jag som lösningar som skulle ge 2 *bonuspoäng för stringens/begriplighet.*

På sidorna 4 och 7 i detta dokument visar jag som lösningar som skulle ge 1 *bonuspoäng för stringens/begriplighet.*

På sidorna 5 och 8 i detta dokument visar jag som lösningar som skulle ge 0 *bonuspoäng för stringens/begriplighet.*

De vanligaste anmärkningarna som gör lösningar mindre stringenta/begripliga är att man missat att:

- Definiera införda variabler (i figur eller med hänvisning till figur i FS).
- Klargöra gjorda antaganden.
- Hänvisa till ekvationer som används.
- Sätta in värden i ekvationer och inte bara skriva svaret.
- Visa hur värden ur diagram och tabeller tagits fram.

För att erhålla 2 bonuspoäng krävs nästan helt stringenta/begripliga lösningar på hela tentamen. För att erhålla 1 bonuspoäng ska ett flertal av de ovanstående punkterna konsekvent användas. Om du fått 0 bonuspoäng så har du konsekvent inte använt ett flertal av de ovanstående punkterna.

Titta igenom sidorna 3-8 och jämför lösningen på sidan 3 med lösningarna på sidorna 4 och 5, samt lösningen på sidan 6 med lösningarna på sidorna 7 och 8. Notera skillnaderna i vad som beskrivs/förklaras i (de annars helt korrekta) lösningarna. Vilken variant är lättast att förstå?

## Kontrollskrivning 4 i Tillämpad termodynamik, MJ1112

Datum: 2016-04-28

Tid: 08.00-10.00

Hjälpmedel: Formelsamling (egna anteckningar är ok, INGA lösta uppgifter), miniräknare.

Varje uppgift kan ge maximalt 3 poäng. För godkänt på denna kontrollskrivning krävs totalt minst 5 poäng. Delpoäng i steg om en (1) poäng utdelas.

*Nedanstående uppgifter är placerade i den ordning de behandlats i kursen och inte efter ökande svårighetsgrad.*

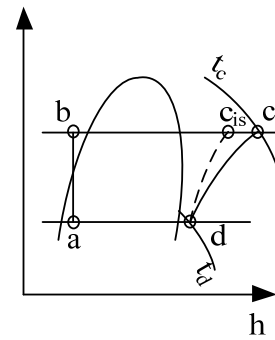
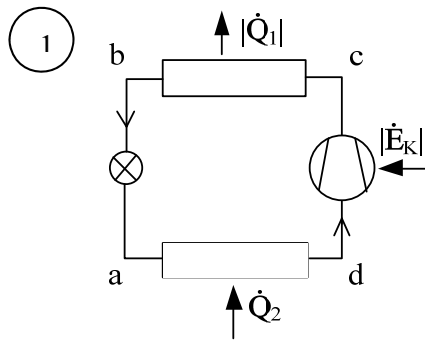
*Fråga om du är osäker på vad som efterfrågas. Rita tydliga figurer och definiera införda variabler. Motivera gjorda antaganden.*

Resultatet från denna kontrollskrivning beräknas föreligga 2016-05-09 på ”mina sidor”.

---

1. En förångningskylprocess arbetar med köldmediet R22. Förångningstemperaturen är  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$  och kondenseringstemperaturen är  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Överhettningen är  $5\text{ }^{\circ}\text{C}$  och underkylningen är  $10\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Kompressorns isentropiska verkningsgrad är 80 %. Den upptagna värmeeffekten är 5 kW. Beräkna:
  - a) temperaturen efter kompressorn,
  - b) kompressoreffekten,
  - c) köldfaktorn.
2. I en stor öppen tank ligger vattennivån 4 m över tankens botten. Från botten går ett rör med diametern 120 mm som mynnar ut i det fria 12 m under tankens botten. Röret avslutas med ett munstycke med diametern 100 mm. Försumma alla förluster och beräkna:
  - a) vattnets utströmningshastighet ur munstycket,
  - b) trycket vid rörinloppet i tankens botten.
3. Två stora tankar är förbundna med varandra. Tryck och temperatur i den ena tanken är 25 bar och  $50\text{ }^{\circ}\text{C}$ , medan trycket i den andra tanken är 15 bar. Mediet är samma i båda tankarna och kan betraktas som en ideal gas,  $R = 286,7\text{ J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$  och  $\kappa = 1,536$ . Rörets tvärsnittsarea är  $6\text{ cm}^2$ . Antag att strömningen mellan tankarna sker isentropiskt och beräkna massflödet mellan tankarna.

*Lycka till!*



Givet:

$$t_1 = 30 \text{ }^\circ\text{C}, t_2 = -10 \text{ }^\circ\text{C},$$

$$\eta_K = 0,8, \dot{Q}_2 = 5 \text{ kW}, R22$$

$$\Delta t_{\text{öh}} = 5 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{\text{uk}} = 10 \text{ }^\circ\text{C}$$

Sökt:

- temperaturen efter kompressorn,  $t_c$ ,
- kompressoreffekten,  $|\dot{E}_K|$ ,
- köldfaktorn,  $COP_2$ .

$$FS \text{ ekv } 9.9 \Rightarrow t_d = \Delta t_{\text{öh}} + t_2 = 5 + (-10) = -5 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$FS \text{ ekv } 9.8 \Rightarrow t_b = t_1 - \Delta t_{\text{uk}} = 30 - 10 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

a) Vi bestämmer först de entalpier vi behöver:

$$h_b = h_a = \left\{ \begin{array}{l} t_b = 20 \text{ }^\circ\text{C} \\ \text{Mättad vätska} \\ \text{FS s. 47, R22} \end{array} \right\} = 224,2 \text{ kJ/kg}$$

$$h_d = \left\{ \begin{array}{l} t_2 \Rightarrow p_2 \\ t_d = -5 \text{ }^\circ\text{C} \\ \text{FS s. 60} \end{array} \right\} \approx 405 \text{ kJ/kg}, \quad h_{c, \text{is}} = \left\{ \begin{array}{l} t_1 \Rightarrow p_1 \\ s_{c, \text{is}} = s_d \\ \text{FS s. 60} \end{array} \right\} \approx 437 \text{ kJ/kg}$$

Entalpin i tillståndet c beräknas med FS ekv. 9.2:

$$h_c = h_d + \frac{h_{c, \text{is}} - h_d}{\eta_K} = 405 + \frac{437 - 405}{0,8} = 445 \text{ kJ/kg}$$

Temperaturen i tillståndet c kan nu bestämmas med:

$$t_c = \left\{ \begin{array}{l} t_1 \Rightarrow p_1 \\ h_c = 445 \text{ kJ/kg} \\ \text{FS s. 60} \end{array} \right\} \approx 67 \text{ }^\circ\text{C}$$

b) Kompressoreffekten kan bestämmas med FS ekv. 9.2 och 1.5:

$$|\dot{E}_K| = \dot{m} \cdot (h_c - h_d) = \left\{ \dot{m} = \frac{\dot{Q}_2}{h_d - h_a} \right\} = \frac{\dot{Q}_2}{h_d - h_a} \cdot (h_c - h_d) =$$

$$= \frac{5}{405 - 224,2} \cdot (445 - 405) = 1,11 \text{ kW}$$

c) Köldfaktorn kan beräknas med FS ekv. 9.5:

$$COP_2 = \frac{h_d - h_a}{h_c - h_d} = \frac{405 - 224,2}{445 - 405} = 4,52$$

2 poäng bonus för stringens/begriplighet

1

Givet:

$$t_1 = 30 \text{ }^\circ\text{C}, t_2 = -10 \text{ }^\circ\text{C},$$

$$\eta_K = 0,8, \dot{Q}_2 = 5 \text{ kW}, R22$$

$$\Delta t_{\text{ö}h} = 5 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{\text{u}k} = 10 \text{ }^\circ\text{C}$$

Sökt:

- temperaturen efter kompressorn,  $t_c$ ,
- kompressoreffekten,  $|\dot{E}_K|$ ,
- köldfaktorn,  $COP_2$ .

$$t_d = \Delta t_{\text{ö}h} + t_2 = 5 + (-10) = -5 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$t_b = t_1 - \Delta t_{\text{u}k} = 30 - 10 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$$

a) Vi bestämmer först de entalpier vi behöver:

$$h_b = h_a = 224,2 \text{ kJ/kg}$$

$$h_d = 405 \text{ kJ/kg}, \quad h_{c, \text{is}} = 437 \text{ kJ/kg}$$

Entalpin i tillståndet c beräknas:

$$h_c = h_d + \frac{h_{c, \text{is}} - h_d}{\eta_K} = 445 \text{ kJ/kg}$$

Temperaturen i tillståndet c kan nu bestämmas med:

$$t_c = 67 \text{ }^\circ\text{C}$$

b) Kompressoreffekten kan bestämmas med:

$$|\dot{E}_K| = \dot{m} \cdot (h_c - h_d) = \left\{ \dot{m} = \frac{\dot{Q}_2}{h_d - h_a} \right\} = \frac{\dot{Q}_2}{h_d - h_a} \cdot (h_c - h_d) = 1,11 \text{ kW}$$

c) Köldfaktorn kan beräknas med:

$$COP_2 = \frac{h_d - h_a}{h_c - h_d} = 4,52$$

1 poäng bonus för stringens/begriplighet.

Variabler definieras inte.

Ingen hänvisning till ekvationer.

Inga siffror insatta i beräkningar.



1

Givet:

$$t_1 = 30 \text{ }^\circ\text{C}, t_2 = -10 \text{ }^\circ\text{C},$$

$$\eta_K = 0,8, \dot{Q}_2 = 5 \text{ kW}, R22$$

$$\Delta t_{\delta h} = 5 \text{ }^\circ\text{C}$$

$$\Delta t_{uk} = 10 \text{ }^\circ\text{C}$$

Sökt:

a) temperaturen efter kompressorn,  $t_c$ ,

b) kompressoreffekten,  $|\dot{E}_K|$ ,

c) köldfaktorn,  $COP_2$ .

a)

$$h_b = 224,2 \text{ kJ/kg}$$

$$h_d = 405 \text{ kJ/kg}, \quad h_{c,is} = 437 \text{ kJ/kg}$$

Entalpin i tillståndet c beräknas:

$$h_c = h_d + \frac{h_{c,is} - h_d}{\eta_K} = 445 \text{ kJ/kg}$$

Temperaturen i tillståndet c kan nu bestämmas:

$$t_c = 67 \text{ }^\circ\text{C}$$

b) Kompressoreffekten kan bestämmas med:

$$|\dot{E}_K| = \dot{m} \cdot (h_c - h_d) = 1,11 \text{ kW}$$

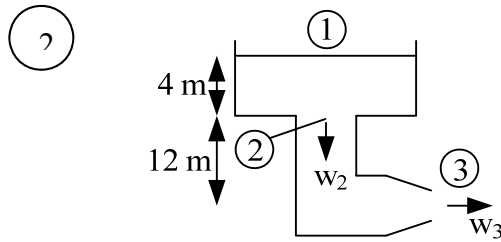
c) Köldfaktorn kan beräknas med:

$$COP_2 = \frac{h_d - h_a}{h_c - h_d} = 4,52$$

0 poäng bonus för stringens/begriplighet.

Antaganden framgår och motiveras inte.

Det förklaras inte hur överhettning och underkyllning bestäms.



Givet:

$$z_1 = 16 \text{ m}, z_2 = 12 \text{ m}, z_3 = 0 \text{ m},$$

$$d_2 = 120 \text{ mm}, d_3 = 100 \text{ mm}$$

Sökt:

- utloppshastigheten ur munstycket,  $w_3$ ,
- trycket vid punkten 2,  $p_2$ .

- a) Strömningen är förlustfri, vattnets utströmningshastighet,  $w_3$ , ges av Bernoullis ekvation (FS ekv. 10.4) mellan punkterna 1 och 3:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{w_1^2}{2} + g \cdot z_1 = \frac{p_3}{\rho} + \frac{w_3^2}{2} + g \cdot z_3$$

Med  $p_1 \approx p_3$  (tanken är öppen mot omgivningen och utströmning sker till omgivningen) och  $w_1 \approx 0$  (stor tank), fås utströmningshastigheten  $w_3$ :

$$w_3 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (z_1 - z_3)} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot (4 + 12)} = 17,7 \text{ m/s}$$

- b) Trycket i punkten 2 ges av Bernoullis ekvation (FS ekv. 10.4) mellan punkterna 1 och 2:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{w_1^2}{2} + g \cdot z_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{w_2^2}{2} + g \cdot z_2$$

Med  $w_1 = 0$  (stor tank) fås:

$$p_2 - p_1 = \rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2) - \rho \cdot \frac{w_2^2}{2}$$

Kontinuitetsekvationen (FS ekv. 10.3):

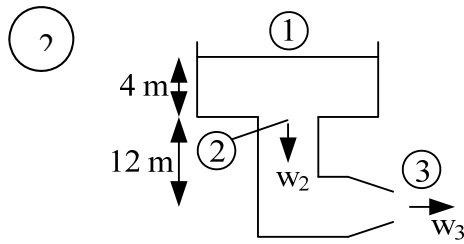
$$\dot{V}_2 = \dot{V}_3 \Rightarrow A_2 \cdot w_2 = A_3 \cdot w_3 = \left\{ A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \right\} \Rightarrow w_2 = w_3 \cdot \frac{d_3^2}{d_2^2}$$

$$p_2 - p_1 = \rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2) - \rho \cdot \frac{\left( w_3 \cdot \frac{d_3^2}{d_2^2} \right)^2}{2} =$$

$$= 1000 \cdot 9,81 \cdot 4 - 1000 \cdot \frac{\left( 17,7 \cdot \frac{100^2}{120^2} \right)^2}{2} = -36\,454 \text{ Pa} = -36,5 \text{ kPa}$$

D.v.s. 36,5 kPa undertryck i punkten 2, eller om  $p_1 = 1 \text{ bar}$  så är  $p_2 = 0,635 \text{ bar}$ .

2 poäng bonus för stringens/begriplighet



Givet:

$$z_1 = 16 \text{ m}, z_2 = 12 \text{ m}, z_3 = 0 \text{ m}, \\ d_2 = 120 \text{ mm}, d_3 = 100 \text{ mm}$$

Sökt:

- a) utloppshastigheten ur munstycket,  $w_3$ ,  
b) trycket vid punkten 2,  $p_2$ .

a) Vattnets utströmningshastighet,  $w_3$ , ges av Bernoullis ekvation mellan punkterna 1 och 3:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{w_1^2}{2} + g \cdot z_1 = \frac{p_3}{\rho} + \frac{w_3^2}{2} + g \cdot z_3$$

Utströmningshastigheten  $w_3$  fås:

$$w_3 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (z_1 - z_3)} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot (4 + 12)} = 17,7 \text{ m/s}$$

b) Trycket i tankens botten ges av Bernoullis ekvation mellan punkterna 1 och 2:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{w_1^2}{2} + g \cdot z_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{w_2^2}{2} + g \cdot z_2$$

Tryckskillnanden fås:

$$p_2 - p_1 = \rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2) - \rho \cdot \frac{w_2^2}{2}$$

Kontinuitetsekvationen:

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_3 \Rightarrow A_2 \cdot w_2 = A_3 \cdot w_3 = \left\{ A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \right\} \Rightarrow w_2 = w_3 \cdot \frac{d_3^2}{d_2^2}$$

$$p_2 - p_1 = \rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2) - \rho \cdot \frac{\left( w_3 \cdot \frac{d_3^2}{d_2^2} \right)^2}{2} =$$

$$= 1000 \cdot 9,81 \cdot 4 - 1000 \cdot \frac{\left( 17,7 \cdot \frac{100^2}{120^2} \right)^2}{2} = -36\,454 \text{ Pa} = -36,5 \text{ kPa}$$

D.v.s. 36,5 kPa undertryck i punkten 2, eller om  $p_1 = 1 \text{ bar}$  så är  $p_2 = 0,635 \text{ bar}$ .

**1 poäng bonus för stringens/begriplighet.  
Antaganden framgår och motiveras inte.  
Ingen hänvisning till ekvationer.**



Givet:

$$z_1 = 16 \text{ m}, z_2 = 12 \text{ m}, z_3 = 0 \text{ m},$$

$$d_2 = 120 \text{ mm}, d_3 = 100 \text{ mm}$$

Sökt:

- a) utloppshastigheten ur munstycket,  $w_3$ ,
- b) trycket vid punkten 2,  $p_2$ .

a) Bernoullis ekvation:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{w_1^2}{2} + g \cdot z_1 = \frac{p_3}{\rho} + \frac{w_3^2}{2} + g \cdot z_3$$

Ger:

$$w_3 = \sqrt{2 \cdot g \cdot (z_1 - z_3)} = 17,7 \text{ m/s}$$

b) Bernoullis ekvation:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{w_1^2}{2} + g \cdot z_1 = \frac{p_2}{\rho} + \frac{w_2^2}{2} + g \cdot z_2$$

Tryckskillnaden:

$$p_2 - p_1 = \rho \cdot g \cdot (z_1 - z_2) - \rho \cdot \frac{w_2^2}{2}$$

Kontinuitetsekvationen ger:

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_3 \Rightarrow w_2 = w_3 \cdot \frac{d_3^2}{d_2^2}$$

$$p_2 - p_1 = - 36,5 \text{ kPa}$$

0 poäng bonus för stringens/begriplighet.  
 Använda variabler inte definierade.  
 Inga siffror insatta i beräkningar.