Stockholms Matematiska Cirkel
Grafteori med inriktning på färgläggning

www.math-stockholm.se/cirkel

16.50-17.50: Föreläsning kapitel 1
18.00-18.30: Gästföreläsning

STOCKHOLMS MATEMATIKCENTRUM

Kapitel 1

Kapitel 1.1 - Mängder

Kapitel 1.1 - Mängder

$$\{1, 2, 3\}$$

Kapitel 1.1 - Mängder

$$\{1, 2, 3\}$$

$$\{a, b, c, x, y, z\}$$

Kapitel 1.1 - Mängder

$$\{1, 2, 3\}$$

$$\{a, b, c, x, y, z\}$$

$$\{\text{Stockholm}, \text{Göteborg}, \text{Malmö}, \text{Uppsala}\}$$

Vi tar inte hänsyn till ordningen elementen räknas upp, eller om samma element räknas upp flera gånger.

$$\{A, B, C\} = \{B, C, A\} = \{A, A, A, B, C, A, C, C, C, B\}$$

$\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$ Mängden av positiva udda heltal

$\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$	Mängden av positiva udda heltal
$\mathbb{Z}$	Mängden av heltal

$\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$	Mängden av positiva udda heltal
$\mathbb{Z}$	Mängden av heltal
$\emptyset$	Den tomma mängden

Antalet element i en (ändlig) mängd M betecknas $|M|$.

Antalet element i en (ändlig) mängd M betecknas $|M|$.

$$|\{a, b\}| = 2$$

Antalet element i en (ändlig) mängd M betecknas $|M|$.

$$|\{a, b\}| = 2$$

$$|\{a, a, b, a, b\}| =$$

Antalet element i en (ändlig) mängd M betecknas $|M|$.

$$|\{a, b\}| = 2$$

$$|\{a, a, b, a, b\}| = 2$$

Låt M vara en mängd som innehåller elementet x.

$x \in M$

Låt M vara en mängd som innehåller elementet x.

$x \in M$ "Elementet x tillhör mängden M".

Låt M vara en mängd som innehåller elementet x.

$x \in M$ "Elementet x tillhör mängden M".

$2 \in \mathbb{Z}$

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\} =$$

$\{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\} =$ "Mängden av element x i $\mathbb{Z}$ sådana att x är större än 0"

$$\begin{aligned}\{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\} &= \text{"Mängden av element } x \text{ i } \mathbb{Z} \\ &\quad\ \text{sådana att } x \text{ är större än 0"} \\ &= \text{Mängden av positiva heltal}\end{aligned}$$

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\} = \text{"Mängden av element } x \text{ i } \mathbb{Z}$$
$$\text{sådana att } x \text{ är större än 0"}$$
$$= \text{Mängden av positiva heltal}$$

$$\{2x \mid x \in \mathbb{Z}\} =$$

$$\begin{aligned}\{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\} &= \text{"Mängden av element } x \text{ i } \mathbb{Z} \\ &\qquad \text{sådana att } x \text{ är större än 0"} \\ &= \text{Mängden av positiva heltal}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\{2x \mid x \in \mathbb{Z}\} &= \text{"Mängden av element på formen } 2x \\ &\qquad \text{sådana att } x \text{ är ett heltal"} \\ &= \text{Mängden av jämna heltal}\end{aligned}$$

Definition 1.1.1: Låt A och B vara mängder. Om alla element i B också finns i A säger vi att B är en *delmängd* av A.

Definition 1.1.1: Låt A och B vara mängder. Om alla element i B också finns i A säger vi att B är en *delmängd* av A. Detta betecknas $B \subseteq A$.

Definition 1.1.1: Låt A och B vara mängder. Om alla element i B också finns i A säger vi att B är en *delmängd* av A. Detta betecknas $B \subseteq A$.

$$\{2, 5, -7\} \subseteq \mathbb{Z}$$

Definition 1.1.1: Låt A och B vara mängder. Om alla element i B också finns i A säger vi att B är en *delmängd* av A. Detta betecknas $B \subseteq A$.

$$\{2, 5, -7\} \subseteq \mathbb{Z}$$

Definition 1.1.2: Låt A och B vara mängder. Mängden av alla element som tillhör någon av mängderna A och B kallas *unionen* av A och B, och betecknas $A \cup B$.

Definition 1.1.1: Låt A och B vara mängder. Om alla element i B också finns i A säger vi att B är en *delmängd* av A. Detta betecknas $B \subseteq A$.

$$\{2, 5, -7\} \subseteq \mathbb{Z}$$

Definition 1.1.2: Låt A och B vara mängder. Mängden av alla element som tillhör någon av mängderna A och B kallas *unionen* av A och B, och betecknas $A \cup B$.

$$\{2, 5, -7\} \cup \{0, 1, 2, 3\} = \{0, 1, 2, 3, 5, -7\}$$

Kapitel 1.2 - Matematisk bevisföring

Kapitel 1.2 - Matematisk bevisföring

Ett *påstående* är alltid sant eller falskt.

Kapitel 1.2 - Matematisk bevisföring

Ett *påstående* är alltid sant eller falskt.

- $1 + 1 = 2$

Kapitel 1.2 - Matematisk bevisföring

Ett *påstående* är alltid sant eller falskt.

- $1 + 1 = 2$ Sant påstående

Kapitel 1.2 - Matematisk bevisföring

Ett *påstående* är alltid sant eller falskt.

- $1 + 1 = 2$ Sant påstående
- Idag är det torsdag

Kapitel 1.2 - Matematisk bevisföring

Ett *påstående* är alltid sant eller falskt.

- $1 + 1 = 2$ Sant påstående
- Idag är det torsdag Sant påstående

Kapitel 1.2 - Matematisk bevisföring

Ett *påstående* är alltid sant eller falskt.

- $1 + 1 = 2$ Sant påstående
- Idag är det torsdag Sant påstående
- $\frac{2}{3} \in \mathbb{Z}$

Kapitel 1.2 - Matematisk bevisföring

Ett *påstående* är alltid sant eller falskt.

- $1 + 1 = 2$ Sant påstående
- Idag är det torsdag Sant påstående
- $\frac{2}{3} \in \mathbb{Z}$ Falskt påstående

Kapitel 1.2 - Matematisk bevisföring

Ett *påstående* är alltid sant eller falskt.

- $1 + 1 = 2$ Sant påstående
- Idag är det torsdag Sant påstående
- $\frac{2}{3} \in \mathbb{Z}$ Falskt påstående
- $\sqrt{1+2} - 8$

Kapitel 1.2 - Matematisk bevisföring

Ett *påstående* är alltid sant eller falskt.

- $1+1=2$ Sant påstående
- Idag är det torsdag Sant påstående
- $\frac{2}{3} \in \mathbb{Z}$ Falskt påstående
- $\sqrt{1+2}-8$ Inte ett påstående

Kapitel 1.2 - Matematisk bevisföring

Ett *påstående* är alltid sant eller falskt.

- $1 + 1 = 2$ Sant påstående
- Idag är det torsdag Sant påstående
- $\frac{2}{3} \in \mathbb{Z}$ Falskt påstående
- $\sqrt{1+2} - 8$ Inte ett påstående

Ett *bevis* av att ett påstående är sant är en följd av logiska slutledningar som, utifrån givna förutsättningar, leder fram till slutsatsen att påståendet är sant.

Kapitel 1.2 - Matematisk bevisföring

Ett *påstående* är alltid sant eller falskt.

- $1 + 1 = 2$ Sant påstående
- Idag är det torsdag Sant påstående
- $\frac{2}{3} \in \mathbb{Z}$ Falskt påstående
- $\sqrt{1+2} - 8$ Inte ett påstående

Ett *bevis* av att ett påstående är sant är en följd av logiska slutledningar som, utifrån givna förutsättningar, leder fram till slutsatsen att påståendet är sant. Förenklat kan man säga att ett bevis är en förklaring av varför påståendet är sant.

Påstående: Om y är ett udda tal, så är $y+1$ ett jämnt tal.

Påstående: Om y är ett udda tal, så är $y + 1$ ett jämnt tal.

Definition: Ett *jämnt tal* är ett heltal som kan skrivas på formen $2x$, där x är ett heltal.

Ett *udda tal* är ett heltal som kan skrivas på formen $2x + 1$, där x är ett heltal.

Påstående: Om y är ett udda tal, så är $y + 1$ ett jämnt tal.

Definition: Ett *jämnt tal* är ett heltal som kan skrivas på formen $2x$, där x är ett heltal.

Ett *udda tal* är ett heltal som kan skrivas på formen $2x + 1$, där x är ett heltal.

Bevis av påståendet: Låt y vara ett udda tal.

Påstående: Om y är ett udda tal, så är $y + 1$ ett jämnt tal.

Definition: Ett *jämnt tal* är ett heltal som kan skrivas på formen $2x$, där x är ett heltal.

Ett *udda tal* är ett heltal som kan skrivas på formen $2x + 1$, där x är ett heltal.

Bevis av påståendet: Låt y vara ett udda tal. Enligt definitionen är $y = 2x + 1$, för något heltal x.

Påstående: Om y är ett udda tal, så är $y + 1$ ett jämnt tal.

Definition: Ett *jämnt tal* är ett heltal som kan skrivas på formen $2x$, där x är ett heltal.

Ett *udda tal* är ett heltal som kan skrivas på formen $2x + 1$, där x är ett heltal.

Bevis av påståendet: Låt y vara ett udda tal. Enligt definitionen är $y = 2x + 1$, för något heltal x. Då är

$$y + 1 = 2x + 1 + 1 = 2x + 2 = 2(x + 1).$$

Påstående: Om y är ett udda tal, så är $y+1$ ett jämnt tal.

Definition: Ett *jämnt tal* är ett heltal som kan skrivas på formen $2x$, där x är ett heltal.

Ett *udda tal* är ett heltal som kan skrivas på formen $2x+1$, där x är ett heltal.

Bevis av påståendet: Låt y vara ett udda tal. Enligt definitionen är $y = 2x+1$, för något heltal x. Då är

$$y+1 = 2x+1+1 = 2x+2 = 2(x+1).$$

Eftersom $x+1$ är ett heltal är $y+1 = 2(x+1)$ ett jämnt heltal, enligt definitionen.

Motsägelsebevis

Motsatsen till påståendet är falsk. $\rightsquigarrow$ Påståendet är sant.

Motsägelsebevis

Motsatsen till påståendet är falsk. $\rightsquigarrow$ Påståendet är sant.

Påstående: Det finns inga positiva heltal x och y sådana att $x^2 - y^2 = 1$.

Motsägelsebevis

Motsatsen till påståendet är falsk. $\rightsquigarrow$ Påståendet är sant.

Påstående: Det finns inga positiva heltal x och y sådana att $x^2 - y^2 = 1$.

Bevis: Låt säga att det skulle finnas två positiva heltal x och y, sådana att

$$x^2 - y^2 = 1$$

Motsägelsebevis

Motsatsen till påståendet är falsk. $\rightsquigarrow$ Påståendet är sant.

Påstående: Det finns inga positiva heltal x och y sådana att $x^2 - y^2 = 1$.

Bevis: Låt säga att det skulle finnas två positiva heltal x och y, sådana att

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2 = 1$$

Motsägelsebevis

Motsatsen till påståendet är falsk. $\rightsquigarrow$ Påståendet är sant.

Påstående: Det finns inga positiva heltal x och y sådana att $x^2 - y^2 = 1$.

Bevis: Låt säga att det skulle finnas två positiva heltal x och y, sådana att

$$\underbrace{(x+y)}_{\substack{1 \\ (-1)}}\underbrace{(x-y)}_{\substack{1 \\ (-1)}} = x^2 - y^2 = 1$$

Motsägelsebevis

Motsatsen till påståendet är falsk. $\rightsquigarrow$ Påståendet är sant.

Påstående: Det finns inga positiva heltal x och y sådana att $x^2 - y^2 = 1$.

Bevis: Låt säga att det skulle finnas två positiva heltal x och y, sådana att

$$\underbrace{(x+y)}_{\substack{1 \\ (-1)}}\underbrace{(x-y)}_{\substack{1 \\ (-1)}} = x^2 - y^2 = 1$$

$x + y = x - y$ skulle leda till $y = -y$, vilket ger $y = 0$.

Motsägelsebevis

Motsatsen till påståendet är falsk. $\rightsquigarrow$ Påståendet är sant.

Påstående: Det finns inga positiva heltal x och y sådana att $x^2 - y^2 = 1$.

Bevis: Låt säga att det skulle finnas två positiva heltal x och y, sådana att

$$\underbrace{(x+y)}_{\substack{1 \\ (-1)}}\underbrace{(x-y)}_{\substack{1 \\ (-1)}} = x^2 - y^2 = 1$$

$x + y = x - y$ skulle leda till $y = -y$, vilket ger $y = 0$. Detta är en motsägelse, eftersom både x och y ska vara positiva.

Motsägelsebevis

Motsatsen till påståendet är falsk. $\rightsquigarrow$ Påståendet är sant.

Påstående: Det finns inga positiva heltal x och y sådana att $x^2 - y^2 = 1$.

Bevis: Låt säga att det skulle finnas två positiva heltal x och y, sådana att

$$\underbrace{(x+y)}_{\substack{1 \\ (-1)}}\underbrace{(x-y)}_{\substack{1 \\ (-1)}} = x^2 - y^2 = 1$$

$x + y = x - y$ skulle leda till $y = -y$, vilket ger $y = 0$. Detta är en motsägelse, eftersom både x och y ska vara positiva. Slutsatsen är att det inte kan finnas några positiva heltal x och y, sådana att $x^2 - y^2 = 1$.

Kapitel 1.3 - Induktionsbevis

Kapitel 1.3 - Induktionsbevis

Sats 1.2.2. Låt n vara ett positivt heltal. Summan av de n första positiva heltalen är lika med $\frac{n(n+1)}{2}$.

Kapitel 1.3 - Induktionsbevis

Sats 1.2.2. Låt n vara ett positivt heltal. Summan av de n första positiva heltalen är lika med $\frac{n(n+1)}{2}$.

$$P_1: \quad 1 = \frac{1 \cdot 2}{2}$$

Kapitel 1.3 - Induktionsbevis

Sats 1.2.2. Låt n vara ett positivt heltal. Summan av de n första positiva heltalen är lika med $\frac{n(n+1)}{2}$.

$$P_1: \quad 1 = \frac{1 \cdot 2}{2}$$

$$P_2: \quad 1 + 2 = \frac{2 \cdot 3}{2}$$

Kapitel 1.3 - Induktionsbevis

Sats 1.2.2. Låt n vara ett positivt heltal. Summan av de n första positiva heltalen är lika med $\frac{n(n+1)}{2}$.

$$P_1: \quad 1 = \frac{1 \cdot 2}{2}$$

$$P_2: \quad 1 + 2 = \frac{2 \cdot 3}{2}$$

$$P_3: \quad 1 + 2 + 3 = \frac{3 \cdot 4}{2}$$

Kapitel 1.3 - Induktionsbevis

Sats 1.2.2. Låt n vara ett positivt heltal. Summan av de n första positiva heltalen är lika med $\frac{n(n+1)}{2}$.

$$P_1: \quad 1 = \frac{1 \cdot 2}{2}$$

$$P_2: \quad 1 + 2 = \frac{2 \cdot 3}{2}$$

$$P_3: \quad 1 + 2 + 3 = \frac{3 \cdot 4}{2}$$

$$P_4: \quad 1 + 2 + 3 + 4 = \frac{4 \cdot 5}{2}$$

Kapitel 1.3 - Induktionsbevis

Sats 1.2.2. Låt n vara ett positivt heltal. Summan av de n första positiva heltalen är lika med $\frac{n(n+1)}{2}$.

$$
\begin{aligned}
P_1 &: \quad 1 = \frac{1 \cdot 2}{2} \\
P_2 &: \quad 1 + 2 = \frac{2 \cdot 3}{2} \\
P_3 &: \quad 1 + 2 + 3 = \frac{3 \cdot 4}{2} \\
P_4 &: \quad 1 + 2 + 3 + 4 = \frac{4 \cdot 5}{2} \\
P_5 &: \quad 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = \frac{5 \cdot 6}{2} \\
\vdots & \quad\;\; \vdots
\end{aligned}
$$

Induktionsbevis

1. Bevisa att P_1 är sant. (Induktionsbas)
2. Bevisa att om P_n är sant så är även P_{n+1} sant. (Induktionssteg)

Induktionsbevis

1. Bevisa att P_1 är sant. (Induktionsbas)
2. Bevisa att om P_n är sant så är även P_{n+1} sant. (Induktionssteg)

P_1 sant

Induktionsbevis

1. Bevisa att P_1 är sant. (Induktionsbas)
2. Bevisa att om P_n är sant så är även P_{n+1} sant. (Induktionssteg)

P_1 sant $\rightsquigarrow$ P_2 sant

Induktionsbevis

1. Bevisa att P_1 är sant. (Induktionsbas)
2. Bevisa att om P_n är sant så är även P_{n+1} sant. (Induktionssteg)

P_1 sant $\rightsquigarrow$ P_2 sant $\rightsquigarrow$ P_3 sant

Induktionsbevis

1. Bevisa att P_1 är sant. (Induktionsbas)
2. Bevisa att om P_n är sant så är även P_{n+1} sant. (Induktionssteg)

$$P_1 \text{ sant} \rightsquigarrow P_2 \text{ sant} \rightsquigarrow P_3 \text{ sant} \rightsquigarrow P_4 \text{ sant} \rightsquigarrow \dots$$

Induktionsbevis av Sats 1.2.2.

Induktionsbevis av Sats 1.2.2.

Induktionsbas:

P_1: $1 = \frac{1 \cdot 2}{2}$ Sant

Induktionsbevis av Sats 1.2.2.

Induktionsbas:

P_1: $1 = \dfrac{1 \cdot 2}{2}$ Sant

Induktionssteg: Antag att

$$P_n : \; 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

är sant, för något positivt heltal n. Vi vill bevisa att

$$P_{n+1} : 1 + 2 + 3 + \cdots + n + (n+1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

då också är sant.

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n + (n+1) = \frac{n(n+1)}{2} + (n+1)$$

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n + (n+1) = \frac{n(n+1)}{2} + (n+1)$$

Vi behöver nu bevisa att högerledet ovan är lika med högerledet i P_{n+1}, d.v.s. $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n + (n+1) = \frac{n(n+1)}{2} + (n+1)$$

Vi behöver nu bevisa att högerledet ovan är lika med högerledet i P_{n+1}, d.v.s. $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

$$\frac{n(n+1)}{2} + (n+1) =$$

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n + (n+1) = \frac{n(n+1)}{2} + (n+1)$$

Vi behöver nu bevisa att högerledet ovan är lika med högerledet i P_{n+1}, d.v.s. $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

$$\frac{n(n+1)}{2} + (n+1) = \frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2} =$$

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n + (n+1) = \frac{n(n+1)}{2} + (n+1)$$

Vi behöver nu bevisa att högerledet ovan är lika med högerledet i P_{n+1}, d.v.s. $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

$$\frac{n(n+1)}{2} + (n+1) = \frac{n(n+1) + 2(n+1)}{2} = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$$

Vi har nu bevisat att P_{n+1} är sant, under antagandet att P_n är sant. Därmed har vi slutfört induktionssteget, och alltså bevisat satsen.

Stark induktion

1. Bevisa att P_1 är sant. (Induktionsbas)
2. Bevisa att om $P_1, P_2, \ldots, P_n$ är sant så är även P_{n+1} sant. (Induktionssteg)

Stark induktion

1. Bevisa att P_1 är sant. (Induktionsbas)
2. Bevisa att om $P_1, P_2, \ldots, P_n$ är sant så är även P_{n+1} sant. (Induktionssteg)

P_1 sant

Stark induktion

1. Bevisa att P_1 är sant. (Induktionsbas)
2. Bevisa att om $P_1, P_2, \ldots, P_n$ är sant så är även P_{n+1} sant. (Induktionssteg)

P_1 sant $\rightsquigarrow$ P_2 sant

Stark induktion

1. Bevisa att P_1 är sant. (Induktionsbas)
2. Bevisa att om $P_1, P_2, \ldots, P_n$ är sant så är även P_{n+1} sant. (Induktionssteg)

P_1 sant $\rightsquigarrow$ P_2 sant $\rightsquigarrow$ P_3 sant

Stark induktion

1. Bevisa att P_1 är sant. (Induktionsbas)
2. Bevisa att om $P_1, P_2, \ldots, P_n$ är sant så är även P_{n+1} sant. (Induktionssteg)

P_1 sant $\rightsquigarrow$ P_2 sant $\rightsquigarrow$ P_3 sant $\rightsquigarrow$ P_4 sant $\rightsquigarrow$ $\ldots$

Definition: Ett heltal större än 1, som inte kan uttryckas som en produkt av två mindre, positiva heltal kallas för ett *primtal*.

Definition: Ett heltal större än 1, som inte kan uttryckas som en produkt av två mindre, positiva heltal kallas för ett *primtal*.

Talen 2,3,5 och 7 är primtal.

Talet $6 = 3 \cdot 2$ är inte ett primtal.

Definition: Ett heltal större än 1, som inte kan uttryckas som en produkt av två mindre, positiva heltal kallas för ett *primtal*.

Talen 2,3,5 och 7 är primtal.

Talet $6 = 3 \cdot 2$ är inte ett primtal.

Sats 1.3.3 Varje heltal större än 1 är antingen ett primtal, eller en produkt av flera primtal.

Bevis av Sats 1.3.3. Induktionsbas: Talet 2 är ett primtal, eller en produkt av primtal. Sant

Bevis av Sats 1.3.3. Induktionsbas: Talet 2 är ett primtal, eller en produkt av primtal. Sant

Induktionssteg: Antag att alla heltal större än 1, och mindre än eller lika med något tal n, antingen är primtal eller produkter av primtal. Vi vill bevisa att detta även gäller för talet $n + 1$.

Bevis av Sats 1.3.3. Induktionsbas: Talet 2 är ett primtal, eller en produkt av primtal. Sant

Induktionssteg: Antag att alla heltal större än 1, och mindre än eller lika med något tal n, antingen är primtal eller produkter av primtal. Vi vill bevisa att detta även gäller för talet $n+1$.

Om $n+1$ är ett primtal är vi klara. Om $n+1$ inte är ett primtal är $n+1 = a \cdot b$, där a och b är positiva heltal, mindre än $n+1$.

Bevis av Sats 1.3.3. Induktionsbas: Talet 2 är ett primtal, eller en produkt av primtal. Sant

Induktionssteg: Antag att alla heltal större än 1, och mindre än eller lika med något tal n, antingen är primtal eller produkter av primtal. Vi vill bevisa att detta även gäller för talet $n + 1$.

Om $n + 1$ är ett primtal är vi klara. Om $n + 1$ inte är ett primtal är $n + 1 = a \cdot b$, där a och b är positiva heltal, mindre än $n + 1$.
Talet a större än 1, och mindre än eller lika med n.

Bevis av Sats 1.3.3. Induktionsbas: Talet 2 är ett primtal, eller en produkt av primtal. Sant

Induktionssteg: Antag att alla heltal större än 1, och mindre än eller lika med något tal n, antingen är primtal eller produkter av primtal. Vi vill bevisa att detta även gäller för talet $n+1$.

Om $n+1$ är ett primtal är vi klara. Om $n+1$ inte är ett primtal är $n+1 = a \cdot b$, där a och b är positiva heltal, mindre än $n+1$.
Talet a större än 1, och mindre än eller lika med n. Talet a är alltså ett primtal, eller en produkt av flera primtal, enligt vårt antagande. Samma sak gäller för b.

Bevis av Sats 1.3.3. Induktionsbas: Talet 2 är ett primtal, eller en produkt av primtal. Sant

Induktionssteg: Antag att alla heltal större än 1, och mindre än eller lika med något tal n, antingen är primtal eller produkter av primtal. Vi vill bevisa att detta även gäller för talet $n+1$.

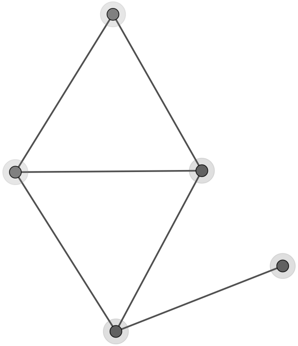
Om $n+1$ är ett primtal är vi klara. Om $n+1$ inte är ett primtal är $n+1 = a \cdot b$, där a och b är positiva heltal, mindre än $n+1$.
Talet a större än 1, och mindre än eller lika med n. Talet a är alltså ett primtal, eller en produkt av flera primtal, enligt vårt antagande. Samma sak gäller för b. Alltså är $n+1 = a \cdot b$ en produkt av primtal.

Bevis av Sats 1.3.3. Induktionsbas: Talet 2 är ett primtal, eller en produkt av primtal. Sant

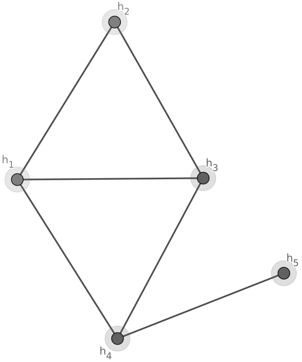
Induktionssteg: Antag att alla heltal större än 1, och mindre än eller lika med något tal n, antingen är primtal eller produkter av primtal. Vi vill bevisa att detta även gäller för talet $n+1$.

Om $n+1$ är ett primtal är vi klara. Om $n+1$ inte är ett primtal är $n+1 = a \cdot b$, där a och b är positiva heltal, mindre än $n+1$.
Talet a större än 1, och mindre än eller lika med n. Talet a är alltså ett primtal, eller en produkt av flera primtal, enligt vårt antagande. Samma sak gäller för b. Alltså är $n+1 = a \cdot b$ en produkt av primtal. Vi har bevisat satsen med stark induktion.

Grafer



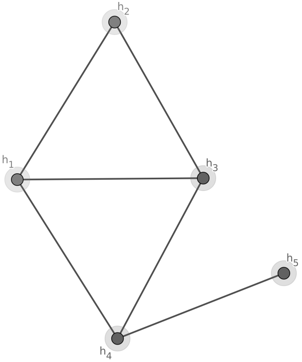
Grafer



Hörnmängd:

$$V = \{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5\}$$

Grafer



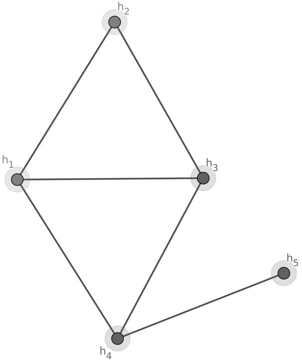
Hörnmängd:

$$V = \{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5\}$$

Kantmängd:

$$E = \{\{h_1, h_2\}, \{h_1, h_3\}, \{h_1, h_4\}, \{h_2, h_3\}, \{h_3, h_4\}, \{h_4, h_5\}\}$$

Grafer



Hörnmängd:

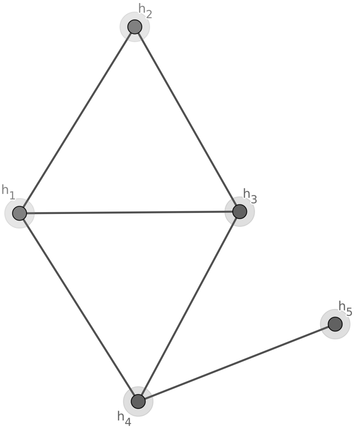
$$V = \{h_1, h_2, h_3, h_4, h_5\}$$

Kantmängd:

$$E = \{\{h_1, h_2\}, \{h_1, h_3\}, \{h_1, h_4\}, \{h_2, h_3\}, \{h_3, h_4\}, \{h_4, h_5\}\}$$

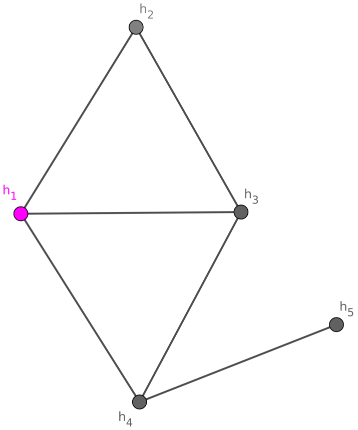
Två hörn x och y sägs vara *grannar* om $\{x, y\} \in E$.
T. ex. är h_1 och h_2 grannar.

Färgläggning av grafer



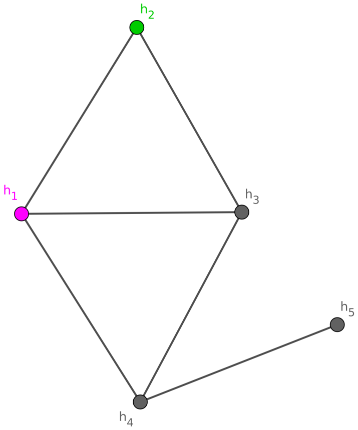
Färglägg grafens hörn på ett sådant sätt att inga grannar får samma färg.

Färgläggning av grafer



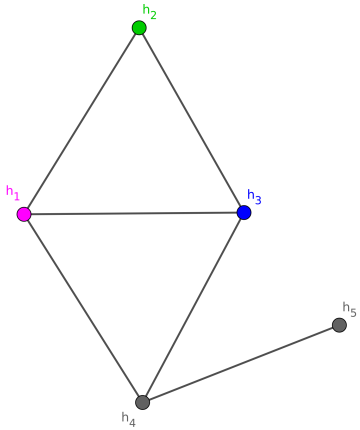
Färglägg grafens hörn på ett sådant sätt att inga grannar får samma färg.

Färgläggning av grafer



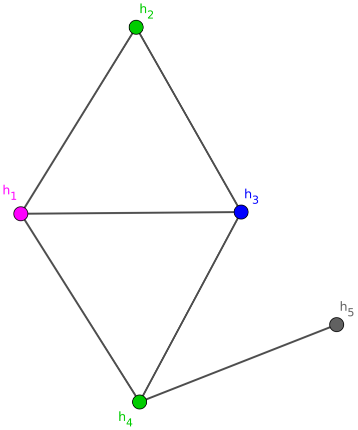
Färglägg grafens hörn på ett sådant sätt att inga grannar får samma färg.

Färgläggning av grafer



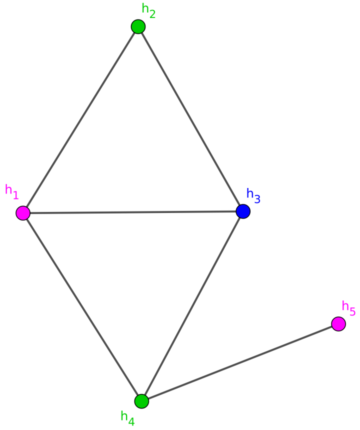
Färglägg grafens hörn på ett sådant sätt att inga grannar får samma färg.

Färgläggning av grafer



Färglägg grafens hörn på ett sådant sätt att inga grannar får samma färg.

Färgläggning av grafer



Färglägg grafens hörn på ett sådant sätt att inga grannar får samma färg.