Stockholms matematiska cirkel
Datorernas matematik

www.math-stockholm.se/cirkel

16.00–16.10: Fika
16.10–16.20: Introduktion
16.20–17.20: Föreläsning om kapitel 1
17.30–18.00: Gästföreläsning

STOCKHOLMS MATEMATIKCENTRUM

Om Cirkeln

- 7 föreläsningar, 7 övningstillfällen
- Nästa övningstillfälle är om en vecka (26 september)
- Schema, program, kartor osv finns på hemsidan:

www.math-stockholm.se/cirkel

Datorernas matematik

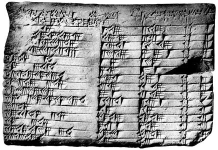
1. (19 sep) Vad är matematik, egentligen?
2. (10 okt) Hur kan en dator räkna?
3. (7 nov) Tal med decimaler
4. (12 dec) Tärningen är kastad
5. (2020) Formella språk
6. (2020) Tillståndsmaskiner
7. (2020) Tillståndsmaskinernas språk

Kapitel 1 – Vad är matematik, egentligen?

Babylonien och Egypten (cirka 3000 f.Kr. – 1000 f.Kr.)

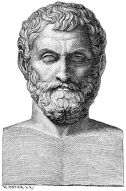
Konkreta problem:

- Handel, skatt (ekonomi, aritmetik)
- Mäta land (geometri)
- Kalendrar, jordbruk (astronomi)

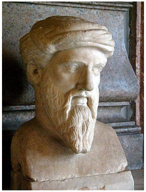


Grekland (cirka 1000 f.Kr. – 500 e.Kr.)

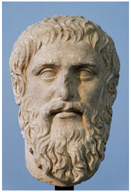
Logik, bevis



Thales

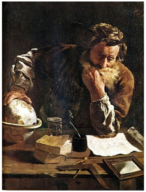


Pythagoras



Platon

Euklides



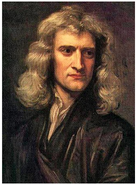
Arkimedes

- Definitioner
- Satser
- Bevis

Europa (cirka 1600 – 1900)

Matematiken blir mer och mer abstrakt och rigorös


Descartes


Newton


Leibniz


Euler


Gauss


Cauchy


Riemann


Weierstrass

Definition 1.0.1:

Definition 1.0.1: Ett heltal n kallas för ett *jämnt tal*

Definition 1.0.1: Ett heltal n kallas för ett *jämnt tal* om $n = 2k$ för något heltal k.

Definition 1.0.1: Ett heltal n kallas för ett *jämnt tal* om $n = 2k$ för något heltal k.

Definition 1.0.2: Ett heltal n kallas för ett *udda tal* om $n = 2k + 1$ för något heltal k.

Definition 1.0.1: Ett heltal n kallas för ett *jämnt tal* om $n = 2k$ för något heltal k.

Definition 1.0.2: Ett heltal n kallas för ett *udda tal* om $n = 2k + 1$ för något heltal k.

Sats:

Definition 1.0.1: Ett heltal n kallas för ett *jämnt tal* om $n = 2k$ för något heltal k.

Definition 1.0.2: Ett heltal n kallas för ett *udda tal* om $n = 2k + 1$ för något heltal k.

Sats: Om n är ett udda tal

Definition 1.0.1: Ett heltal n kallas för ett *jämnt tal* om $n = 2k$ för något heltal k.

Definition 1.0.2: Ett heltal n kallas för ett *udda tal* om $n = 2k + 1$ för något heltal k.

Sats: Om n är ett udda tal så är $n + 1$ ett jämnt tal.

Definition 1.0.1: Ett heltal n kallas för ett *jämnt tal* om $n = 2k$ för något heltal k.

Definition 1.0.2: Ett heltal n kallas för ett *udda tal* om $n = 2k + 1$ för något heltal k.

Sats: Om n är ett udda tal så är $n + 1$ ett jämnt tal.

Bevis:

Definition 1.0.1: Ett heltal n kallas för ett *jämnt tal* om $n = 2k$ för något heltal k.

Definition 1.0.2: Ett heltal n kallas för ett *udda tal* om $n = 2k + 1$ för något heltal k.

Sats: Om n är ett udda tal så är $n + 1$ ett jämnt tal.

Bevis: Antag att n är ett udda tal.

Definition 1.0.1: Ett heltal n kallas för ett *jämnt tal* om $n = 2k$ för något heltal k.

Definition 1.0.2: Ett heltal n kallas för ett *udda tal* om $n = 2k + 1$ för något heltal k.

Sats: Om n är ett udda tal så är $n + 1$ ett jämnt tal.

Bevis: Antag att n är ett udda tal.
Då finns ett heltal k sådant att $n = 2k + 1$.

Definition 1.0.1: Ett heltal n kallas för ett *jämnt tal* om $n = 2k$ för något heltal k.

Definition 1.0.2: Ett heltal n kallas för ett *udda tal* om $n = 2k + 1$ för något heltal k.

Sats: Om n är ett udda tal så är $n + 1$ ett jämnt tal.

Bevis: Antag att n är ett udda tal.
Då finns ett heltal k sådant att $n = 2k + 1$.
I så fall är $n + 1 = 2k + 2$

Definition 1.0.1: Ett heltal n kallas för ett *jämnt tal* om $n = 2k$ för något heltal k.

Definition 1.0.2: Ett heltal n kallas för ett *udda tal* om $n = 2k + 1$ för något heltal k.

Sats: Om n är ett udda tal så är $n + 1$ ett jämnt tal.

Bevis: Antag att n är ett udda tal.
Då finns ett heltal k sådant att $n = 2k + 1$.
I så fall är $n + 1 = 2k + 2 = 2(k + 1)$.

Definition 1.0.1: Ett heltal n kallas för ett *jämnt tal* om $n = 2k$ för något heltal k.

Definition 1.0.2: Ett heltal n kallas för ett *udda tal* om $n = 2k + 1$ för något heltal k.

Sats: Om n är ett udda tal så är $n + 1$ ett jämnt tal.

Bevis: Antag att n är ett udda tal.
Då finns ett heltal k sådant att $n = 2k + 1$.
I så fall är $n + 1 = 2k + 2 = 2(k + 1)$.
Eftersom $k + 1$ också är ett heltal så är $2(k + 1)$ ett jämnt tal.

Definition 1.0.1: Ett heltal n kallas för ett *jämnt tal* om $n = 2k$ för något heltal k.

Definition 1.0.2: Ett heltal n kallas för ett *udda tal* om $n = 2k + 1$ för något heltal k.

Sats: Om n är ett udda tal så är $n + 1$ ett jämnt tal.

Bevis: Antag att n är ett udda tal.
Då finns ett heltal k sådant att $n = 2k + 1$.
I så fall är $n + 1 = 2k + 2 = 2(k + 1)$.
Eftersom $k + 1$ också är ett heltal så är $2(k + 1)$ ett jämnt tal.
Detta visar att $n + 1$ är ett jämnt tal.

Definition 1.0.1: Ett heltal n kallas för ett *jämnt tal* om $n = 2k$ för något heltal k.

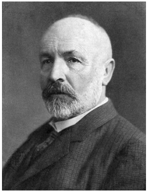
Definition 1.0.2: Ett heltal n kallas för ett *udda tal* om $n = 2k + 1$ för något heltal k.

Sats: Om n är ett udda tal så är $n + 1$ ett jämnt tal.

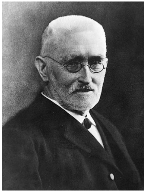
Bevis: Antag att n är ett udda tal.
Då finns ett heltal k sådant att $n = 2k + 1$.
I så fall är $n + 1 = 2k + 2 = 2(k + 1)$.
Eftersom $k + 1$ också är ett heltal så är $2(k + 1)$ ett jämnt tal.
Detta visar att $n + 1$ är ett jämnt tal. $\square$

Kapitel 1 – Vad är matematik, egentligen?

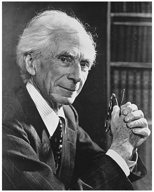
Kapitel 1.1 – Mängder



Cantor



Dedekind



Russell

Zermelo

Fraenkel

cirka 1870–1920

Mängder

Mängder

$$\{1, 2, 3\}$$

Mängder

$$\{1, 2, 3\}$$

$$\{a, b, c, d\}$$

Mängder

$$\{1, 2, 3\}$$

$$\{a, b, c, d\}$$

$$\{\text{Sara}, \text{Erik}, \text{Lisa}, \text{Oskar}\}$$

Mängder

$$\{1, 2, 3\}$$

$$\{a, b, c, d\}$$

$$\{\text{Sara}, \text{Erik}, \text{Lisa}, \text{Oskar}\}$$

$$\{+, -, \cdot, \div\}$$

Vi tar inte hänsyn till vilken ordning elementen listas i, eller om samma element listas flera gånger.

$$\{A, B, C\} = \{C, A, B\} = \{B, B, A, A, A, C, B, C\}$$

Några mängder

$\mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \dots\}$ Mängden av heltal

Några mängder

$\mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \ldots\}$	Mängden av heltal
$\{1, 3, 5, 7, 9, \ldots\}$	Mängden av positiva udda tal

Några mängder

$\mathbb{Z} = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3, \ldots\}$	Mängden av heltal
$\{1, 3, 5, 7, 9, \ldots\}$	Mängden av positiva udda tal
$\varnothing = \{\}$	Den tomma mängden

Antalet element i en (ändlig) mängd M betecknas med $|M|$.

Antalet element i en (ändlig) mängd M betecknas med $|M|$.

$$|\{1, 2, 3\}| = 3$$

Antalet element i en (ändlig) mängd M betecknas med $|M|$.

$$|\{1,2,3\}| = 3$$

$$|\{1,1,1\}| =$$

Antalet element i en (ändlig) mängd M betecknas med $|M|$.

$$|\{1,2,3\}| = 3$$

$$|\{1,1,1\}| = |\{1\}| = 1$$

Antalet element i en (ändlig) mängd M betecknas med $|M|$.

$$|\{1,2,3\}| = 3$$

$$|\{1,1,1\}| = |\{1\}| = 1$$

$$|\{4,3,3,1\}| =$$

Antalet element i en (ändlig) mängd M betecknas med $|M|$.

$$|\{1, 2, 3\}| = 3$$

$$|\{1, 1, 1\}| = |\{1\}| = 1$$

$$|\{4, 3, 3, 1\}| = 3$$

Mängden M innehåller elementet x

$x \in M$

Mängden M innehåller elementet x

$x \in M$ "x tillhör M"

Mängden M innehåller elementet x

$x \in M$ "x tillhör M"

$2 \in \mathbb{Z}$

Mängder med villkor

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\} =$$

Mängder med villkor

$\{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\} =$ "Mängden av element x i $\mathbb{Z}$

Mängder med villkor

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\} = \text{"Mängden av element } x \text{ i } \mathbb{Z} \text{ sådana att } x \text{ är större än 0"}$$

Mängder med villkor

$$\begin{aligned}\{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\} &= \text{"Mängden av element } x \text{ i } \mathbb{Z} \\ &\quad \text{sådana att } x \text{ är större än 0"} \\ &= \text{Mängden av positiva heltal}\end{aligned}$$

Mängder med villkor

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\} = \text{"Mängden av element } x \text{ i } \mathbb{Z}$$
$$\text{sådana att } x \text{ är större än 0"}$$
$$= \text{Mängden av positiva heltal}$$

$$\{2x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}\} =$$

Mängder med villkor

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\} = \text{"Mängden av element } x \text{ i } \mathbb{Z}$$
$$\text{sådana att } x \text{ är större än 0"}$$
$$= \text{Mängden av positiva heltal}$$

$$\{2x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}\} = \text{"Mängden av element på formen } 2x + 1$$

Mängder med villkor

$$\{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\} = \text{"Mängden av element } x \text{ i } \mathbb{Z} \text{ sådana att } x \text{ är större än 0"} = \text{Mängden av positiva heltal}$$

$$\{2x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}\} = \text{"Mängden av element på formen } 2x + 1 \text{ sådana att } x \text{ är ett heltal"}$$

Mängder med villkor

$$\begin{aligned}\{x \in \mathbb{Z} \mid x > 0\} &= \text{"Mängden av element } x \text{ i } \mathbb{Z} \\ &\quad \text{sådana att } x \text{ är större än 0"} \\ &= \text{Mängden av positiva heltal}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\{2x + 1 \mid x \in \mathbb{Z}\} &= \text{"Mängden av element på formen } 2x + 1 \\ &\quad \text{sådana att } x \text{ är ett heltal"} \\ &= \text{Mängden av udda tal}\end{aligned}$$

Delmängd

En mängd B är en *delmängd* till en mängd A

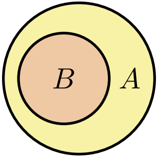
Delmängd

En mängd B är en *delmängd* till en mängd A om alla element i B också är element i A.

Delmängd

En mängd B är en *delmängd* till en mängd A om alla element i B också är element i A.

$$B \subseteq A$$



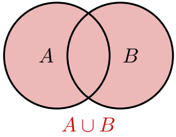
Mängdoperationer

Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$

Mängdoperationer

Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$

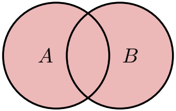
- **Union:** $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$



Mängdoperationer

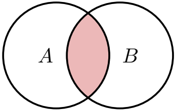
Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$

- **Union:** $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$



$A \cup B$

- **Snitt:** $A \cap B = \{3\}$

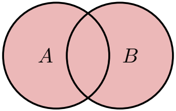


$A \cap B$

Mängdoperationer

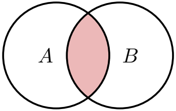
Låt $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$

- **Union:** $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$



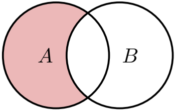
$A \cup B$

- **Snitt:** $A \cap B = \{3\}$



$A \cap B$

- **Differens:** $A \setminus B = \{1, 2\}$



$A \setminus B$

Ordnat par:

Ordnat par: (a, b) där $a \in A$ och $b \in B$

Ordnat par: (a, b) där $a \in A$ och $b \in B$

Mängden av alla ordnade par:

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$$

Ordnat par: (a, b) där $a \in A$ och $b \in B$

Mängden av alla ordnade par:

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$$

$A \times B$ = "Kartesiska produkten av A och B"

Ordnat par: (a, b) där $a \in A$ och $b \in B$

Mängden av alla ordnade par:

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$$

$A \times B =$ "Kartesiska produkten av A och B"

Exempel 1: $\{1, 2\} \times \{3, 4\} =$

Ordnat par: (a, b) där $a \in A$ och $b \in B$

Mängden av alla ordnade par:

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$$

$A \times B$ = "Kartesiska produkten av A och B"

Exempel 1: $\{1, 2\} \times \{3, 4\} = \{(1, 3)$

Ordnat par: (a, b) där $a \in A$ och $b \in B$

Mängden av alla ordnade par:

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$$

$A \times B$ = "Kartesiska produkten av A och B"

Exempel 1: $\{1, 2\} \times \{3, 4\} = \{(1, 3), (1, 4)$

Ordnat par: (a, b) där $a \in A$ och $b \in B$

Mängden av alla ordnade par:

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$$

$A \times B =$ "Kartesiska produkten av A och B"

Exempel 1: $\{1, 2\} \times \{3, 4\} = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3)$

Ordnat par: (a, b) där $a \in A$ och $b \in B$

Mängden av alla ordnade par:

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$$

$A \times B =$ "Kartesiska produkten av A och B"

Exempel 1: $\{1, 2\} \times \{3, 4\} = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$

Ordnat par: (a, b) där $a \in A$ och $b \in B$

Mängden av alla ordnade par:

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$$

$A \times B =$ "Kartesiska produkten av A och B"

Exempel 1: $\{1, 2\} \times \{3, 4\} = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$

Exempel 2: $\mathbb{R} \times \mathbb{R} =$

Ordnat par: (a, b) där $a \in A$ och $b \in B$

Mängden av alla ordnade par:

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$$

$A \times B$ = "Kartesiska produkten av A och B"

Exempel 1: $\{1, 2\} \times \{3, 4\} = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$

Exempel 2: $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}\}$

Ordnat par: (a, b) där $a \in A$ och $b \in B$

Mängden av alla ordnade par:

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$$

$A \times B$ = "Kartesiska produkten av A och B"

Exempel 1: $\{1, 2\} \times \{3, 4\} = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$

Exempel 2: $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}^2$

Ordnat par: (a, b) där $a \in A$ och $b \in B$

Mängden av alla ordnade par:

$$A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$$

$A \times B$ = "Kartesiska produkten av A och B"

Exempel 1: $\{1, 2\} \times \{3, 4\} = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4)\}$

Exempel 2: $\mathbb{R} \times \mathbb{R} = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}^2$

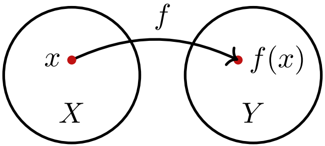
"xy-planet"

Quiz: Mängder

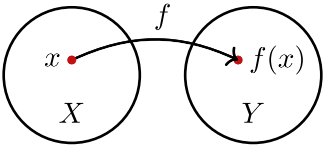
1. $\{1, 3, 4\} \cap \{2, 4, 6\} = ?$
2. Vilka mängder är delmängder till mängden $\{0, 1\}$?
3. $\varnothing \times \varnothing = ?$

Kapitel 1.2 – Funktioner

Kapitel 1.2 – Funktioner

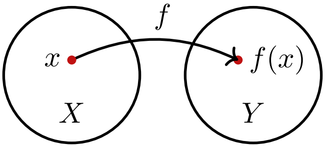


Kapitel 1.2 – Funktioner



- X: definitionsmängd
- Y: målmängd

Kapitel 1.2 – Funktioner



- X: definitionsmängd
- Y: målmängd
- f: en regel som entydigt tar element i X och ger tillbaka element i Y

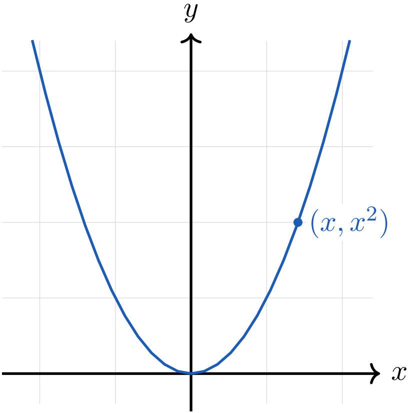
$$f : X \to Y$$

Exempel 1:

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ där $f(x) = x^2$

Exempel 1:

$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ där $f(x) = x^2$



Exempel 2:

$f : \{\text{bilder}\} \to \{0, 1\}$

Exempel 2:

$f : \{\text{bilder}\} \to \{0, 1\}$

där $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{om bilden } x \text{ innehåller en katt,} \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$

Exempel 2:

$f : \{\text{bilder}\} \to \{0, 1\}$

där $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{om bilden } x \text{ innehåller en katt,} \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$

$f\Bigg($  $\Bigg) =$

Exempel 2:

$f : \{\text{bilder}\} \to \{0, 1\}$

där $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{om bilden } x \text{ innehåller en katt,} \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$

$f\Bigg($  $\Bigg) = 1$

Exempel 2:

$f : \{\text{bilder}\} \to \{0, 1\}$

där $f(x) = \begin{cases} 1 & \text{om bilden } x \text{ innehåller en katt,} \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$

$f\Bigg($  $\Bigg) = 1,$ $\quad f\Bigg($  $\Bigg) =$

Exempel 2:

$f : \{\text{bilder}\} \to \{0, 1\}$

$$\text{där } f(x) = \begin{cases} 1 & \text{om bilden } x \text{ innehåller en katt,} \\ 0 & \text{annars} \end{cases}$$

$f\Big($  $\Big) = 1,$ $\quad f\Big($  $\Big) = 0$

Exempel 3:

$f : \{\text{ord}\} \to \mathbb{Z}$

Exempel 3:

$f : \{\text{ord}\} \to \mathbb{Z}$ där $f(x) =$ antalet bokstäver i ordet x.

Exempel 3:

$f : \{\text{ord}\} \to \mathbb{Z}$ där $f(x) =$ antalet bokstäver i ordet x.

$f(\text{abborre}) =$

Exempel 3:

$f : \{\text{ord}\} \to \mathbb{Z}$ där $f(x) =$ antalet bokstäver i ordet x.

$f(\text{abborre}) = 7$

Exempel 3:

$f : \{\text{ord}\} \to \mathbb{Z}$ där $f(x) =$ antalet bokstäver i ordet x.

$f(\text{abborre}) = 7$
$f(\text{ö}) =$

Exempel 3:

$f : \{\text{ord}\} \to \mathbb{Z}$ där $f(x) =$ antalet bokstäver i ordet x.

$f(\text{abborre}) = 7$
$f(\text{ö}) = 1$

Exempel: Fibonacci (på tavlan)

Fibonacci (1170–1250)

Definition 1.2.6:

Definition 1.2.6:
Två funktioner f och g är *lika med varandra* om

Definition 1.2.6:
Två funktioner f och g är *lika med varandra* om de har samma definitionsmängd X och målmängd Y

Definition 1.2.6:
Två funktioner f och g är *lika med varandra* om de har samma definitionsmängd X och målmängd Y och $f(x) = g(x)$ för alla $x \in X$

Definition 1.2.6:
Två funktioner f och g är *lika med varandra* om de har samma definitionsmängd X och målmängd Y och $f(x) = g(x)$ för alla $x \in X$

Exempel: Låt $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ och $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ges av

Definition 1.2.6:
Två funktioner f och g är *lika med varandra* om de har samma definitionsmängd X och målmängd Y och $f(x) = g(x)$ för alla $x \in X$

Exempel: Låt $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ och $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ges av

$$f(x) = \frac{x + 2x}{3}$$

Definition 1.2.6:
Två funktioner f och g är *lika med varandra* om de har samma definitionsmängd X och målmängd Y och $f(x) = g(x)$ för alla $x \in X$

Exempel: Låt $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ och $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ges av

$$f(x) = \frac{x + 2x}{3} \qquad \text{och} \qquad g(x) = 3x - 2x.$$

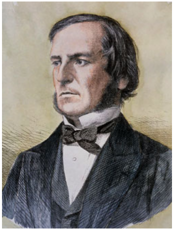
Definition 1.2.6:
Två funktioner f och g är *lika med varandra* om de har samma definitionsmängd X och målmängd Y och $f(x) = g(x)$ för alla $x \in X$

Exempel: Låt $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ och $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ges av

$$f(x) = \frac{x + 2x}{3} \qquad \text{och} \qquad g(x) = 3x - 2x.$$

Då är $f = g$.

Kapitel 1.3 – Logik



Boole (1815–1864)

Ett *påstående* är antingen sant eller falskt.

Ett *påstående* är antingen sant eller falskt.

- $1 + 1 = 2$

Ett *påstående* är antingen sant eller falskt.

- $1 + 1 = 2$ Sant påstående
- Idag är det torsdag

Ett *påstående* är antingen sant eller falskt.

- $1 + 1 = 2$ Sant påstående
- Idag är det torsdag Sant påstående
- $\{1\} \subseteq \{2\}$

Ett *påstående* är antingen sant eller falskt.

- $1 + 1 = 2$ Sant påstående
- Idag är det torsdag Sant påstående
- $\{1\} \subseteq \{2\}$ Falskt påstående
- $\{1\} \cup \{2\}$

Ett *påstående* är antingen sant eller falskt.

- $1 + 1 = 2$ Sant påstående
- Idag är det torsdag Sant påstående
- $\{1\} \subseteq \{2\}$ Falskt påstående
- $\{1\} \cup \{2\}$ Inte ett påstående

Definition 1.3.1:

Definition 1.3.1: Låt $\mathbb{B} = \{0, 1\}$.

Definition 1.3.1: Låt $\mathbb{B} = \{0, 1\}$.
Om $P \in \mathbb{B}$ kallas P för en *Boolesk variabel*.

Definition 1.3.1: Låt $\mathbb{B} = \{0, 1\}$.
Om $P \in \mathbb{B}$ kallas P för en *Boolesk variabel*.

Påståenden kan tolkas som Booleska variabler

Definition 1.3.1: Låt $\mathbb{B} = \{0, 1\}$.
Om $P \in \mathbb{B}$ kallas P för en *Boolesk variabel*.

Påståenden kan tolkas som Booleska variabler
genom att låta sanna påståenden ha värdet 1

Definition 1.3.1: Låt $\mathbb{B} = \{0, 1\}$.
Om $P \in \mathbb{B}$ kallas P för en *Boolesk variabel*.

Påståenden kan tolkas som Booleska variabler genom att låta sanna påståenden ha värdet 1 och falska påståenden ha värdet 0.

Booleska funktioner $\mathbb{B} \times \mathbb{B} \to \mathbb{B}$

Booleska funktioner $\mathbb{B} \times \mathbb{B} \to \mathbb{B}$

- $P \vee Q$ är sant om P *eller* Q är sanna

Booleska funktioner $\mathbb{B} \times \mathbb{B} \to \mathbb{B}$

- $P \vee Q$ är sant om P *eller* Q är sanna
- $P \wedge Q$ är sant om P *och* Q är sanna

Booleska funktioner $\mathbb{B} \times \mathbb{B} \to \mathbb{B}$

- $P \vee Q$ är sant om P *eller* Q är sanna
- $P \wedge Q$ är sant om P *och* Q är sanna

Sanningstabeller (på tavlan)

Fler Booleska funktioner

- $\neg P$ betyder "*icke P*"

Fler Booleska funktioner

- $\neg P$ betyder "*icke P*"
- $P \implies Q$ betyder "*om P så Q*"

Fler Booleska funktioner

- $\neg P$ betyder "*icke P*"
- $P \implies Q$ betyder "*om P så Q*"

  Exempel: "Om det regnar så är jag inomhus"

Fler Booleska funktioner

- $\neg P$ betyder "*icke P*"
- $P \implies Q$ betyder "*om P så Q*"

  Exempel: "Om det regnar så är jag inomhus"

Sanningstabeller (på tavlan)

Sats 1.4.1: $(P \implies Q) = ((\neg P) \vee Q)$ för alla $P, Q \in \mathbb{B}$

Sats 1.4.1: $(P \implies Q) = ((\neg P) \vee Q)$ för alla $P, Q \in \mathbb{B}$

Bevis: Jämför sanningstabellerna.

Kapitel 1.4 – Bevis

- Direkta bevis
- Motsägelsebevis
- Induktionsbevis